ÉCOLE NATIONALE DES INGÉNIEURS DES TRAVAUX RURAUX ET DES TECHNIQUES SANITAIRES
STRASBOURG

CONCOURS D'ENTRÉE 1980

OPTION BIOLOGIE-MATHÉMATIQUES

PREMIÈRE ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 3 heures

N.B. Ce sujet comporte 2 pages de texte.

I

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$, on désigne par $\vec{i}$ et $\vec{j}$ les vecteurs unitaires des axes $\vec{Ox}$ et $\vec{Oy}$. On considère, dans ce repère, le cercle fixe (C) d'équation $x^2 + y^2 - 2ax = 0 \quad (a > 0)$.

Un axe variable $\vec{Oz}$ du plan de la figure est défini par $(\vec{Ox}, \vec{Oz}) = \theta$. La droite support de l'axe $\vec{Oz}$ coupe le cercle (C) en O et M. On désigne par P le point de l'axe $\vec{Oz}$ défini par $\overline{MP} = 2a$.

1°) Calculer les coordonnées de P en fonction de a et θ. Construire la courbe (Γ), ensemble des points P.

2°) On prend comme sens positif sur (Γ) le sens des θ croissants. Calculer l'abscisse curviligne de P en prenant comme origine sur (Γ) le point A défini par $\vec{OA} = 4a\vec{i}$. Calculer la longueur de la courbe (Γ) et le rayon de courbure de (Γ) en P.

3°) On appelle Q le centre de courbure de (Γ) en P. Déterminer les coordonnées de Q. Montrer que la développée de (Γ), ensemble des points Q, se déduit de (Γ), par une homothétie dont on déterminera le centre et le rapport. Construire cette développée sur le même graphique que (Γ).

---/---

II

a désigne un nombre réel donné et f une fonction réelle de la variable réelle x , deux fois dérivable pour tout x , sauf éventuellement en un nombre fini de points.

1°) On suppose que f vérifie la relation

(1) $\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = x + f(a - x)$

Montrer que f est solution d'une équation différentielle linéaire du second ordre.
En déduire l'expression générale des fonctions f qui vérifient la relation (1).

2°) On suppose que f vérifie la relation

(2) $xf'(x) = f(a - x)$

en tout point où elle est dérivable deux fois.

a. Montrer que f est solution d'une équation différentielle (E) , linéaire du second ordre que l'on formera.

b. On effectue, dans l'équation (E), le changement de fonction inconnue $f(x) = (x - a)\, u(x)$. Montrer que l'équation différentielle en u et x que l'on déduit ainsi de (E) permet de calculer successivement $u'(x)$ et $u(x)$. En déduire l'intégrale générale de l'équation (E) .

c. Déterminer l'expression générale des fonctions f qui vérifient la relation (2).

---

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail